

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐẮK LẮK
ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 1 trang)**

**KỶ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2023-2024
MÔN: TOÁN - THCS
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
Ngày thi: 26/3/2024**

Bài 1. (4,0 điểm)

- 1) Tính giá trị của biểu thức $A = x^2 - 2x + 23$, với $x = \sqrt{3 + \sqrt{5 + 2\sqrt{3}}} + \sqrt{3 - \sqrt{5 + 2\sqrt{3}}}$.
- 2) Trong mặt phẳng (Oxy) , cho đường thẳng $(d): y = (m-2)x + m + 1$ (m là tham số) và parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$. Chứng minh rằng với mọi số thực m đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

Bài 2. (4,0 điểm)

- 1) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a \neq 0$ và $2a + 3b + 6c = 0$. Chứng minh rằng phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và tìm giá trị nhỏ nhất của $|x_1 - x_2|$.

- 2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} y^2 + 2x^2 + 3y - 4x - 3xy + 2 = 0 \\ \sqrt{y-x+1} + \sqrt{x^2-y+3} - 2 = 0 \end{cases}$$

Bài 3. (4,0 điểm)

- 1) Cho a, b là các số nguyên dương thỏa mãn $\frac{(a+b)^2 + 4a}{ab}$ là số tự nhiên. Chứng minh rằng: Nếu b là số lẻ thì a là số chính phương.

- 2) Tìm tất cả các tam giác vuông có độ dài các cạnh là số nguyên dương và số đo chu vi bằng số đo diện tích.

Câu 4. (4,0 điểm)

Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp trong đường tròn (O) . Gọi P là điểm chính giữa cung CD không chứa hai điểm A và B . Tia AP cắt đường thẳng BC tại E , tia BP cắt đường thẳng AD tại F .

- 1) Gọi M, N lần lượt là giao điểm của PA và PB với CD . Chứng minh bốn điểm A, B, M, N cùng nằm trên một đường tròn và đường thẳng OP vuông góc với EF .

- 2) Chứng minh $\left(\frac{EF}{AB}\right)^2 = \frac{PE}{PA} \cdot \frac{PF}{PB}$.

- 3) Chứng minh $\frac{EF}{BA} + \frac{BA}{EF} + \frac{AF}{BE} + \frac{BE}{AF} \leq \frac{PE}{PA} + \frac{PA}{PE} + \frac{PF}{PB} + \frac{PB}{PF}$.

Câu 5. (2,0 điểm)

Trong một hình tròn bán kính 46cm người ta đặt 2024 điểm phân biệt. Chứng minh rằng tồn tại một hình tròn bán kính bằng 1cm mà không chứa điểm nào trong 2024 điểm đã cho.

Bài 6. (2,0 điểm)

Cho x, y, z là các số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x^3}{x^2 + y^2} + \frac{y^3}{y^2 + z^2} + \frac{z^3}{z^2 + x^2} + \frac{1}{\sqrt{x+y+z}}$$

-----HẾT-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Nguyễn Thu Yên..... Số báo danh: T.00.80.....